

Esercizi e domande di riepilogo

Esercizio I.3.1 (svolto). Data una coppia di prezzi (p_x, p_y) e un paniere (x_1, y_1) , e essendo nota la curva d'indifferenza che passa per (x_1, y_1) , qual è l'ammontare minimo di reddito che consente a un consumatore di godere del benessere associato al consumo di quel paniere di consumo?

Risposta. Per rispondere, basta richiamare qualche nozione di microeconomia. Si tratta di trovare la retta di bilancio con l'inclinazione p_x/p_y tangente alla curva di indifferenza che passa per (x_1, y_1) . Le intercette ci daranno il valore cercato: ad esempio quella con l'asse delle y corrisponde a M/p_y , laddove M è il valore che cerchiamo. Se avesse quel reddito, il consumatore si collocherebbe sul paniere (x_2, y_2) , ma dato che (x_1, y_1) e (x_2, y_2) giacciono sulla stessa curva di indifferenza, il benessere è lo stesso. Si noti che M è l'ammontare "minimo" perché si potrebbe consumare (x_1, y_1) anche con redditi superiori (anche se ciò contraddirebbe l'assioma di non-sazietà).

Una conseguenza interessante della risposta è che il livello di reddito dell'individuo si può usare come funzione di utilità ordinale – si badi bene, *non* cardinale. Infatti, è chiaro che, dati i prezzi, il valore di M cresce al crescere dell'indice di utilità associato alla curva di indifferenza. Quindi, in effetti, si può usare M stesso come funzione di utilità ordinale, perché ci consente di capire se un paniere è preferito ad un altro: se effettuiamo i calcoli richiesti dall'esercizio per i panieri A e B , e troviamo che A ha un M più alto di B , vuol dire che A giace su una curva di indifferenza più alta e dunque è preferito a B . Quello che però non ha senso, sul piano logico, a dispetto dell'istinto che ci suggerirebbe di farlo, è calcolare la differenza fra M di A e M di B per vedere *quanto* il primo vale più del secondo, perché il significato di M è puramente ordinale. Infatti, M è un indice di utilità della curva di indifferenza, ma lo sono anche M^2 e M^3 ; chiaramente le differenze fra i valori dei quadrati o dei cubi di M non hanno significato, e perciò non lo hanno neppure quelle fra i valori di M .

Esercizio I.3.2 (svolto). Data la frontiera rappresentata in figura ed il profilo A ad essa interna, il profilo B che giace sulla frontiera, rappresenta un miglioramento paretiano rispetto ad A ? Ovvero, A è Pareto-dominato da B ?

Risposta. A dispetto del fatto che B è un ottimo paretiano mentre A non lo è, la risposta è no. Per convincersene, si traccino due parallele agli assi con origine in A (già presenti nella figura): solo i profili che giacciono nel tratto QR sono miglioramenti paretiani rispetto ad A , perché in essi almeno un individuo sta meglio e l'altro, nel peggiore dei casi, sta come in A . In B , o specularmente in C , uno dei due sta meglio, ma l'altro sta peggio.

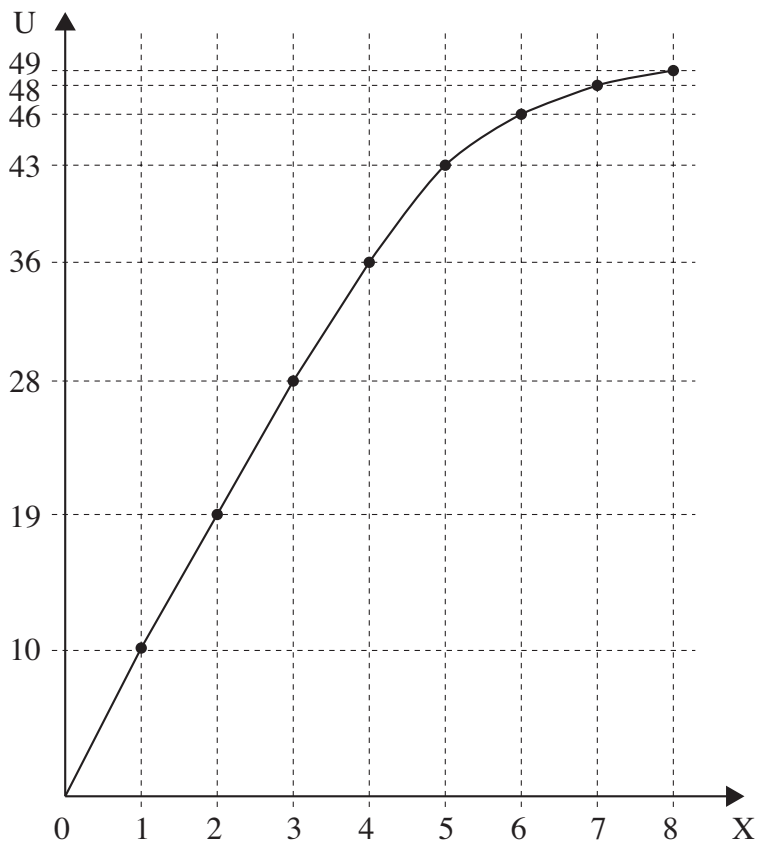
Esercizio I.3.3. Con riferimento alla figura dell'es. I.3.2, si dica se il profilo D è Pareto-dominato dai profili F e G .

Risposta. È dominato da F ma non da G . Per convincersene, si traccino le parallele agli assi a partire da D , come spiegato nell'esercizio precedente.

Esercizio I.3.4. Si immagini un'economia in cui esiste un solo bene, che chiamiamo x , e due agenti, che chiamiamo 1 e 2. Utilizzando i dati della tabella, si disegni la funzione di utilità dei due agenti, che supponiamo essere la stessa per entrambi. Si dica anche quant'è l'utilità marginale della prima unità consumata, e quant'è l'utilità marginale dell'ottava unità.

Quantità di x	Utilità
0	0
1	10
2	19
3	28
4	36
5	43
6	46
7	48
8	49

Risposta. La funzione d'utilità è tracciata nella fig. Es. I.3.4. Le due utilità marginali sono 10 ($10 - 0$) e 1 ($49 - 48$), rispettivamente.



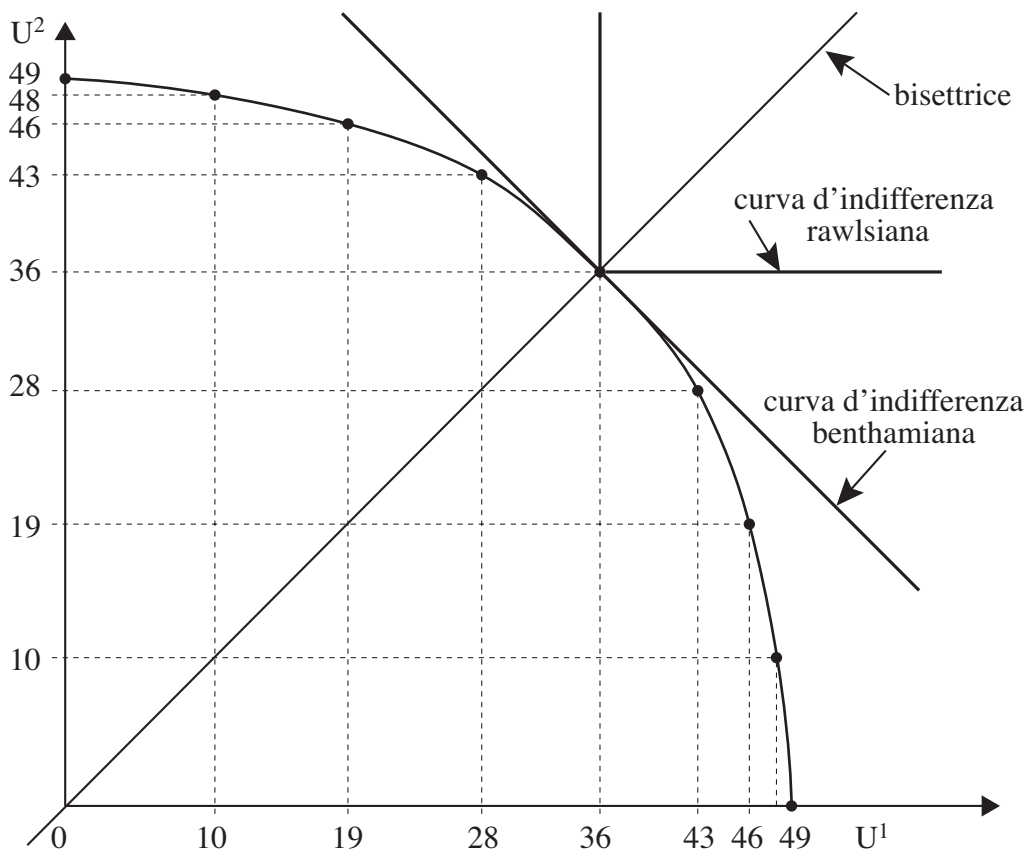
Esercizio I.3.5. Nella stessa economia dell'es. I.3.4, immaginando che ci siano in tutto 8 unità di x da dividere fra i due agenti, dite quale allocazione massimizza il benessere sociale se il pianificatore adotta a) un punto di vista benthamiano; b) un punto di vista rawlsiano. La risposta è diversa nei due casi? Perché sì o perché no?

Risposta. Si costruisca una tabella con sei colonne, riportando nelle prime quattro i dati presi da quella dell'es. I.3.4 e nelle ultime due i valori del benessere sociale nei due casi:

Quantità di x posseduta da 1	Utilità di 1	Quantità di x posseduta da 2	Utilità di 2	Benessere sociale secondo Bentham	Benessere sociale secondo Rawls
0	0	8	49	49	0
1	10	7	48	58	10
2	19	6	46	65	19
3	28	5	43	71	28
4	36	4	36	72	36
5	43	3	28	71	28

6	46	2	19	65	18
7	48	1	10	58	10
8	49	0	0	49	0

Ne consegue che l'allocazione (4,4) massimizza il benessere sociale in entrambi i casi. Volendo, è possibile dedurre la soluzione senza costruire la tabella: dato che le funzioni di utilità sono eguali, la frontiera delle possibilità di utilità sarà simmetrica, e in quel caso sappiamo che, in *first best*, la FBS utilitaristica prescrive che l'ottimo sociale sia laddove le utilità dei due soggetti sono uguali. Invece, per la FBS rawlsiana, sappiamo che l'ottimo sociale implica sempre utilità eguali per i due soggetti.



Esercizio I.3.6. Nella stessa economia dell'es. I.3.4, tracciate la frontiera delle possibilità di utilità utilizzando i dati forniti in quell'esercizio, sempre sotto l'ipotesi che ci siano in tutto 8 unità di x da dividere fra i due individui. Rispondete graficamente alle stesse domande dell'es. I.3.5.

Risposta. La soluzione è riportata nella fig. Es.I.3.6.

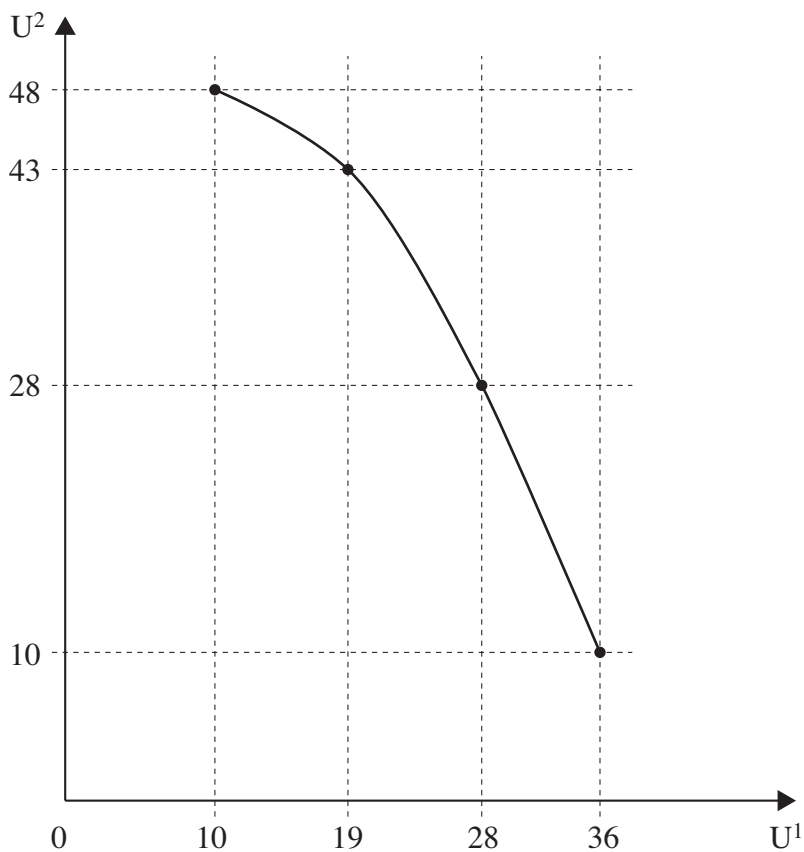
Esercizio I.3.7. Nella stessa economia dell'es. I.3.4, e di nuovo assumendo che ci siano in tutto 8 unità di x da dividere fra i due individui, supponete che in *laissez-faire* 1 possieda una unità di x e 2

ne possieda sette. Indicate il profilo di utilità che discende da tale allocazione delle risorse usando i dati forniti in quell'esercizio. Tracciate poi la frontiera delle possibilità di utilità, sempre utilizzando i dati forniti in quell'esercizio, ma con un'ipotesi aggiuntiva, ovvero che per ogni due unità di x che viene sottratta a 2, l'agente 1 ne riceva solamente una – così, ad esempio, la prima allocazione che si avrà dopo (1,7) sarà (2,5) e così via.

Risposta. Si costruisca una tabella con quattro colonne che riporti l'allocazione delle risorse e il profilo delle utilità:

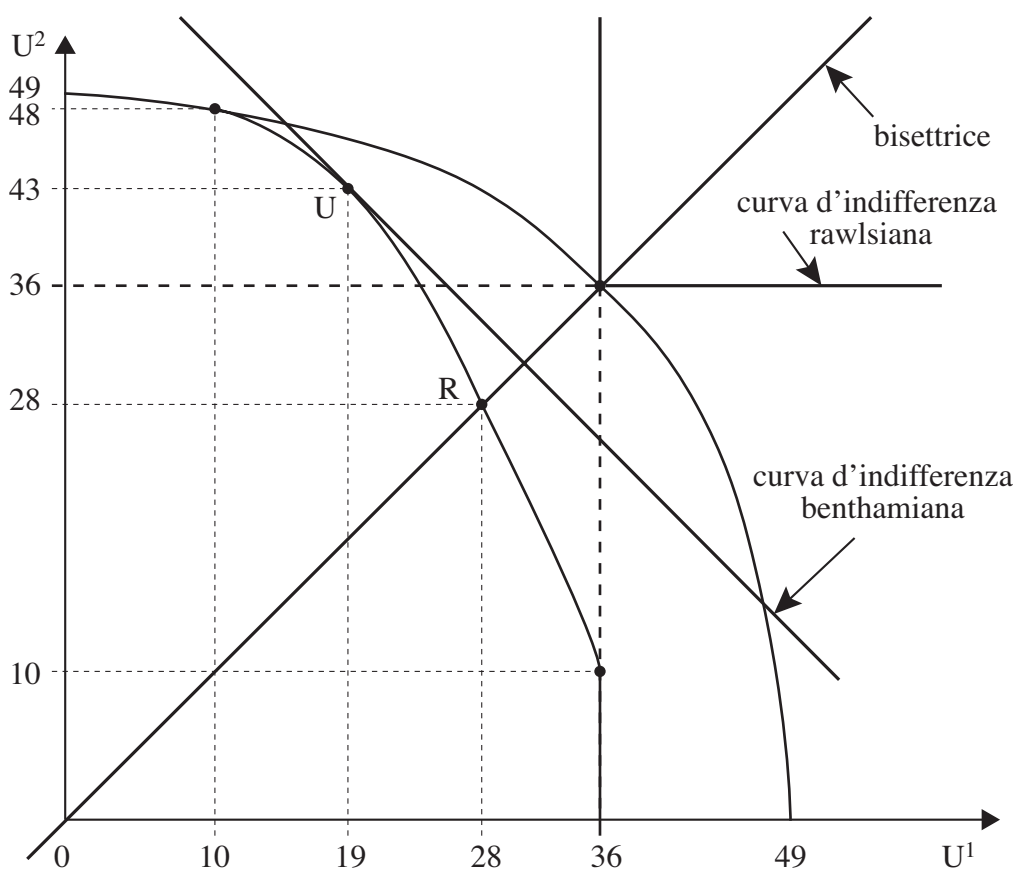
Quantità di x posseduta da 1	Utilità di 1	Quantità di x posseduta da 2	Utilità di 2
1	10	7	48
2	19	5	43
3	28	3	28
4	36	1	10

Si può adesso costruire la frontiera, come nella fig. Es. I.3.7.



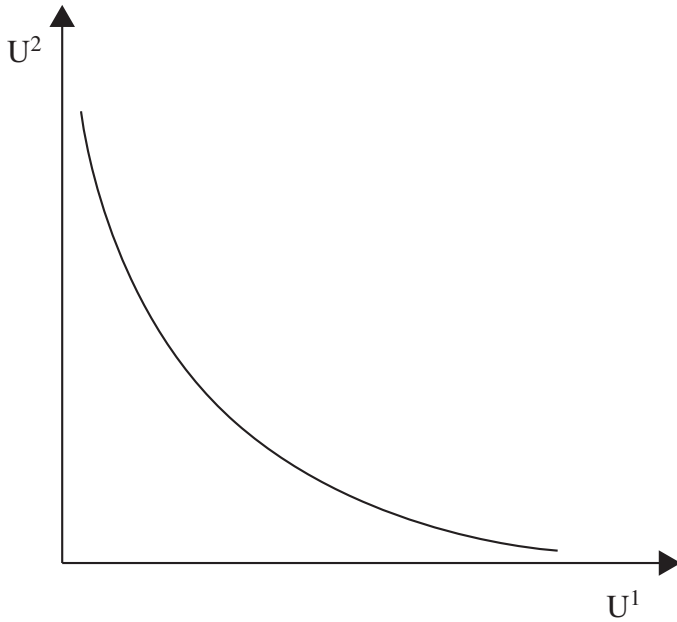
Esercizio I.3.8. Confrontate le frontiere tracciate negli esercizi I.3.6 e I.3.7, disegnandole in un unico grafico, e indicando qual è quella di *first-best* e quella di *second-best*. Indicate graficamente gli ottimi sociali benthamiano e rawlsiano in *second-best*. Coincidono? Perché sì o perché no?

Risposta. Le due frontiere sono tracciate nella fig. Es.I.3.8. Hanno un profilo in comune che è quello di *laissez-faire* (10,48), che appartiene sia al *first-best* che al *second-best* perché comunque non c'è intervento dello Stato e quindi non ha rilievo che gli strumenti fiscali siano distortivi. In *second-best*, l'ottimo sociale benthamiano, indicato con *B*, non coincide con quello rawlsiano, indicato con *R*, perché la frontiera è asimmetrica.



Esercizio I.3.9. Dimostrate che, data la funzione del benessere sociale $W = U^1 U^2$, sia il principio di Pareto che l'avversione alla disuguaglianza sono soddisfatti.

Risposta. Con una FBS moltiplicativa, è evidente che se U^1 o U^2 aumentano, aumenterà anche W (il prodotto è crescente nei moltiplicandi). Per l'avversione alla disuguaglianza, fissando $W = \bar{W}$, possiamo poi calcolare l'espressione per la curva di indifferenza, vale a dire $U^2 = \bar{W}/U^1$. Questa è l'equazione di un'iperbole equilatera, disegnata nella figura Es. 1.3.9.



Esercizio I.3.A1. Dimostrate che se la funzione del benessere sociale è utilitarista, ne consegue che all'ottimo sociale le utilità marginali dei due individui sono eguali.

Risposta. La condizione di equità interpersonale richiede che $W_1 \alpha^1 = W_2 \alpha^2$. Ma quando la FBS è utilitaristica, si ha $W_1 = W_2 = 1$, quindi otteniamo $\alpha^1 = \alpha^2$.